

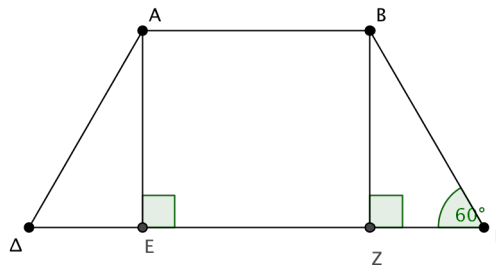
α) Οι γωνίες της βάσης του ισοσκελούς τραπεζίου ΑΒΓΔ είναι ίσες, άρα

$$\widehat{\Delta} = \widehat{\Gamma} = 60^\circ.$$

Οι γωνίες \widehat{B} και $\widehat{\Gamma}$ του τραπεζίου ΑΒΓΔ είναι εντός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΑΒ, ΓΔ που τέμνονται από την ΒΓ, άρα είναι παραπληρωματικές, δηλαδή:

$$\widehat{B} + \widehat{\Gamma} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{B} + 60^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{B} = 120^\circ.$$

Άρα και $\widehat{A} = \widehat{B} = 120^\circ$ ως γωνίες στη βάση ΑΒ του ισοσκελούς τραπεζίου ΑΒΓΔ.



β) Τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΕΔ και ΒΖΓ έχουν:

$AD = BG$, διότι το τραπέζιο ΑΒΓΔ ($AB \parallel GD$) είναι ισοσκελές

$$\widehat{\Delta} = \widehat{\Gamma} = 60^\circ$$

Άρα τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΒΖΓ είναι ίσα επειδή έχουν ίσες υποτείνουσες και προσκείμενες σ' αυτές οξείες γωνίες ίσες.

γ) Είναι $\widehat{B} = 120^\circ$ και $\widehat{ABZ} = 90^\circ$, άρα $\widehat{ZBG} = \widehat{B} - \widehat{ABZ} = 30^\circ$.

Τότε στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΖΓ ισχύει ότι: $ZG = \frac{BG}{2} = \frac{4}{2} = 2$.

Επειδή, τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΒΖΓ είναι ίσα, έχουν και $DE = ZG = 2$.

Το τετράπλευρο ΑΒΖΕ είναι ορθογώνιο διότι οι γωνίες Ε και Ζ είναι ορθές και $\widehat{EAB} = 90^\circ$ διότι οι γωνίες Ε και ΕΑΒ είναι παραπληρωματικές ως εντός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΑΒ και ΔΓ που τέμνονται από την ΑΕ.

Επομένως ισχύει ότι $EZ = AB = 6$.

Οπότε: $\Delta\Gamma = \Delta E + EZ + Z\Gamma = 2 + 6 + 2 = 10$.

Η περίμετρος του ΑΒΓΔ είναι:

$$\Pi = AB + BG + \Gamma\Delta + \Delta A = 6 + 4 + 10 + 4 = 24.$$