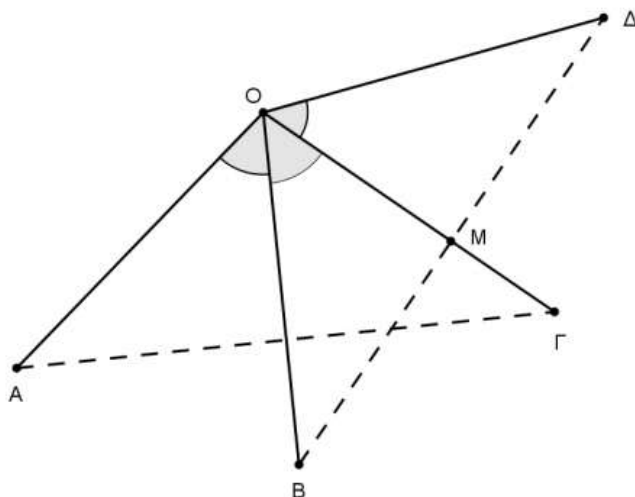




α) Έστω ότι $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COD} = \hat{\omega}$.

Τα τρίγωνα AOC και BOD έχουν:

$OA = OB$, από υπόθεση

$OC = OD$, από υπόθεση

$\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$, διότι $\widehat{AOC} = \widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 2\hat{\omega}$ και $\widehat{BOD} = \widehat{BOC} + \widehat{COD} = 2\hat{\omega}$

Από το κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα AOC και BOD είναι ίσα οπότε έχουν και

$AC = BD$ επειδή είναι απέναντι από τις ίσες γωνίες AOC, BOD.

β) Στο ισοσκελές τρίγωνο BOD η OM είναι διχοτόμος της γωνίας της κορυφής του, άρα είναι και διάμεσος του BOD. Επομένως το M είναι μέσο του BD.