



α) Το τραπέζιο είναι ισοσκελές, άρα οι γωνίες κάθε βάσης του είναι ίσες.

Επομένως $\widehat{B\Delta A} = \widehat{A\Gamma B} = 135^\circ$.

Οι $\widehat{A\Gamma B}$ και $\widehat{B\Gamma\Delta}$ είναι εντός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων AB, ΓΔ που τέμνονται από την BΓ, άρα είναι παραπληρωματικές, δηλαδή:

$$\widehat{A\Gamma B} + \widehat{B\Gamma\Delta} = 180^\circ \Leftrightarrow 135^\circ + \widehat{B\Gamma\Delta} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{B\Gamma\Delta} = 45^\circ$$

Επιπλέον, $\widehat{A\Delta\Gamma} = \widehat{B\Gamma\Delta}$ ως γωνίες προσκείμενες στη βάση ΓΔ του ισοσκελούς τραπεζίου ABΓΔ. Άρα $\widehat{A\Delta\Gamma} = 45^\circ$.

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο BZΓ είναι $\widehat{\Gamma} = 45^\circ$ οπότε από το άθροισμα των γωνιών του βρίσκουμε:

$$\widehat{Z\Gamma B} + \widehat{\Gamma} = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{Z\Gamma B} + 45^\circ = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{Z\Gamma B} = 45^\circ$$

Οπότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές με $BZ = Z\Gamma$ (1).

Στο ορθογώνιο τρίγωνο AΕΔ είναι $\widehat{\Delta} = 45^\circ$ και από το άθροισμα των γωνιών του βρίσκουμε:

$$\widehat{\Delta A E} + \widehat{\Delta} = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{\Delta A E} + 45^\circ = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{\Delta A E} = 45^\circ$$

Οπότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές και έχει $AE = ED$ (2).

Επίσης τα ύψη του τραπεζίου είναι ίσα, οπότε $AE = BZ$ (3).

Από (1), (2) και (3) έχουμε $AE = ED = BZ = Z\Gamma$.