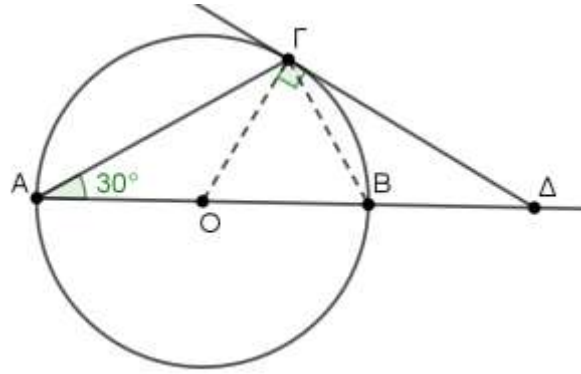




α) Η εφαπτομένη ΓΔ είναι κάθετη στην ακτίνα ΟΓ, άρα $\widehat{O\Gamma\Delta} = 90^\circ$. Η εγγεγραμμένη γωνία $\widehat{B\Gamma\Delta}$ και η επίκεντρη $\widehat{B\hat{O}\Gamma}$ βαίνουν στο ίδιο τόξο ΒΓ, άρα:

$$\widehat{B\hat{A}\Gamma} = \frac{\widehat{B\hat{O}\Gamma}}{2} \Leftrightarrow 30^\circ = \frac{\widehat{B\hat{O}\Gamma}}{2} \Leftrightarrow \widehat{B\hat{O}\Gamma} = 60^\circ$$

Από το άθροισμα γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου ΟΓΔ έχουμε:

$$\widehat{O\Gamma\Delta} + \widehat{G\hat{O}\Delta} + \widehat{O\hat{\Delta}\Gamma} = 180^\circ \Leftrightarrow 90^\circ + 60^\circ + \widehat{O\hat{\Delta}\Gamma} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{O\hat{\Delta}\Gamma} = 30^\circ$$

β) Η γωνία $\widehat{B\Gamma\Delta}$ είναι γωνία μεταξύ χορδής ΒΓ και εφαπτομένης ΓΔ του κύκλου, άρα είναι ίση με την εγγεγραμμένη που βαίνει στο τόξο της χορδής ΒΓ του κύκλου, δηλαδή με την $\widehat{A} = 30^\circ$. Άρα $\widehat{B\Gamma\Delta} = 30^\circ$.

Επίσης, από το α) $\widehat{O\hat{\Delta}\Gamma} = 30^\circ$, δηλαδή $\widehat{B\hat{\Delta}\Gamma} = 30^\circ$. Άρα το τρίγωνο ΒΓΔ έχει δύο ίσες γωνίες, επομένως είναι ισοσκελές.