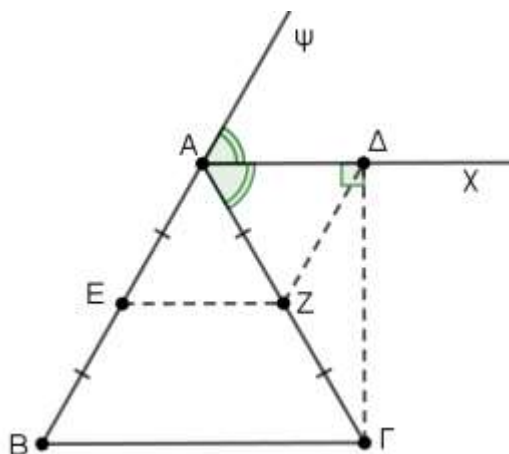




α) Το EZ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ABΓ, άρα $EZ = \frac{B\Gamma}{2}$.

Επίσης, το E είναι μέσο του AB και το Z είναι μέσο του AG, άρα ισχύουν $AZ = \frac{AG}{2}$ και

$$AE = \frac{AB}{2}.$$

Λόγω του ισοπλεύρου ABΓ, ισχύει ότι $B\Gamma = AB = AG$. Άρα $EZ = AE = AZ$.

β) Το τρίγωνο ABΓ είναι ισόπλευρο, άρα για τις γωνίες του ισχύει ότι $\hat{A} = \hat{B} = \hat{\Gamma} = 60^\circ$

Επίσης ισχύει ότι $\psi\hat{A}\Gamma = 180^\circ - \hat{A} = 120^\circ$.

Η Αχ είναι διχοτόμος της γωνίας και άρα $\Delta\hat{A}Z = \frac{\psi\hat{A}\Gamma}{2} = 60^\circ$.

Επίσης, η γωνία ΑΓΔ του ορθογώνιου τριγώνου ΑΔΓ είναι:

$$A\hat{\Gamma}\Delta = 180^\circ - \Delta\hat{A}Z - 90^\circ = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ.$$

γ) Στο ίδιο ορθογώνιο τρίγωνο, η ΔZ είναι διάμεσος της υποτείνουσας ΑΓ και $A\hat{\Gamma}\Delta = 30^\circ$. Άρα $\Delta Z = AZ = A\Delta$.

Επιπλέον, από το α) έχουμε ότι $EZ = AE = AZ$, άρα για το τετράπλευρο ΑΔΖΕ ισχύει ότι έχει όλες τις πλευρές του ίσες, καθώς $A\Delta = \Delta Z = EZ = AE$, επομένως είναι ρόμβος.