



α) Είναι $\widehat{A\hat{B}\Gamma} = \widehat{A\hat{\Delta}\Gamma}$ διότι είναι απέναντι γωνίες του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ. Τότε $\widehat{H\hat{B}Z} = 180^\circ - \widehat{A\hat{B}\Gamma} = 180^\circ - \widehat{A\hat{\Delta}\Gamma} = \widehat{E\hat{\Delta}\Theta}$.

β) Είναι $\widehat{G\hat{Z}E} = \widehat{A\hat{E}Z}$ (1) ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΔ, ΒΓ που τέμνονται από την ΕΖ. Επίσης $\widehat{B\hat{Z}H} = \widehat{G\hat{Z}E}$ (2) ως κατακορυφήν και $\widehat{\Delta\hat{E}\Theta} = \widehat{A\hat{E}Z}$ (3) ως κατακορυφήν. Από τις (1), (2) και (3) προκύπτει ότι $\widehat{B\hat{Z}H} = \widehat{\Delta\hat{E}\Theta}$.

γ) $AD = B\Gamma$, ως απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου και $AE = GZ$ από την υπόθεση. Επομένως:

$$\Delta E = AD - AE = B\Gamma - GZ = BZ.$$

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΔΕΘ και ΒΖΗ:

$$\Delta E = BZ \text{ (αποδείχθηκε παραπάνω)}$$

$$\widehat{H\hat{B}Z} = \widehat{E\hat{\Delta}\Theta}, \text{ από το (α)}$$

$$\widehat{B\hat{Z}H} = \widehat{\Delta\hat{E}\Theta}, \text{ από το (β)}$$

Σύμφωνα με το κριτήριο Γ - Π - Γ τα τρίγωνα είναι ίσα, οπότε είναι και $BH = \Theta\Delta$ (γιατί βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{B\hat{Z}H} = \widehat{\Delta\hat{E}\Theta}$, των τριγώνων).