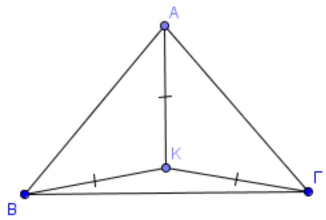
α) Τα τρίγωνα ΒΚΑ και ΓΚΑ έχουν:

- ΚΑ κοινή πλευρά
- ΒΚ = ΚΓ, από υπόθεση
- ΑΒ = ΑΓ, διότι ΑΒΓ ισοσκελές τρίγωνο.

Από το κριτήριο Π – Π – Π τα τρίγωνα ΒΚΑ και ΓΚΑ είναι ίσα.



β) Επειδή το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με βάση τη ΒΓ, ισχύει ότι $\widehat{\mathrm{B}} = \widehat{\Gamma}$ (1)

Επειδή η ΑΚ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{\mathrm{A}}$, ισχύει ότι:

$\mathrm{B}\widehat{\mathrm{A}}\mathrm{K} = \mathrm{K}\widehat{\mathrm{A}}\Gamma = \frac{80^o}{2} = 40^o$

Επειδή ΚΒ = ΚΑ, το τρίγωνο ΚΑΒ είναι ισοσκελές. Όμοια, επειδή ΚΑ = ΚΓ και το τρίγωνο ΑΓΚ είναι ισοσκελές. Άρα

$\mathrm{A}\widehat{\mathrm{B}}\mathrm{K} = \mathrm{B}\widehat{\mathrm{A}}\mathrm{K} = 40^o$ και $\mathrm{K}\widehat{\Gamma}\mathrm{A} = \mathrm{K}\widehat{\mathrm{A}}\Gamma = 40^o$

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΒΚ έχουμε:

$\mathrm{A}\widehat{\mathrm{K}}\mathrm{B} + \mathrm{A}\widehat{\mathrm{B}}\mathrm{K} + \mathrm{B}\widehat{\mathrm{A}}\mathrm{K} = 180^o \Leftrightarrow \mathrm{A}\widehat{\mathrm{K}}\mathrm{B} + 2 \cdot 40^o = 180^o \Leftrightarrow \mathrm{A}\widehat{\mathrm{K}}\mathrm{B} = 100^o$

Όμοια από το τρίγωνο ΑΓΚ βρίσκουμε ότι $\mathrm{A}\widehat{\mathrm{K}}\Gamma = 100^o$.

γ) Είναι

$\mathrm{B}\widehat{\mathrm{K}}\Gamma + \mathrm{A}\widehat{\mathrm{K}}\mathrm{B} + \mathrm{A}\widehat{\mathrm{K}}\Gamma = 360^o \Leftrightarrow \mathrm{B}\widehat{\mathrm{K}}\Gamma + 100^o + 100^o = 360^o \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \mathrm{B}\widehat{\mathrm{K}}\Gamma + 200^o = 360^o \Leftrightarrow \mathrm{B}\widehat{\mathrm{K}}\Gamma = 160^o$