

#### ΘΕΜΑ 4

Για τους πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ισχύει ότι

- $|1 - 3\alpha| < 2$
- Η απόσταση του αριθμού  $\beta$  από τον αριθμό 2 είναι μικρότερη του 1

α) Να αποδειχθεί ότι  $-\frac{1}{3} < \alpha < 1$  . (Μονάδες 5)

β) Να αποδειχθεί ότι  $|\beta - 3\alpha - 1| < 3$ . (Μονάδες 10)

γ) Να αποδειχθεί ότι η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{4x^2 - 4(\beta - 2)x + \beta^2}$  έχει πεδίο ορισμού  
όλο το σύνολο  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών.

(Μονάδες 10)