

α) Είναι:

$$\begin{aligned} |\alpha - 2| < 1 &\Leftrightarrow -1 < \alpha - 2 < 1 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -1 + 2 < \alpha - 2 + 2 < 1 + 2 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 1 < \alpha < 3 &(1) \end{aligned}$$

β) Ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} |\beta - 3| \leq 2 &\Leftrightarrow -2 \leq \beta - 3 \leq 2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -2 + 3 \leq \beta - 3 + 3 \leq 2 + 3 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 1 \leq \beta \leq 5 &(2) \end{aligned}$$

γ) Από το σκέλος (α) βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} 1 < \alpha < 3 &\Leftrightarrow 2 \cdot 1 < 2\alpha < 2 \cdot 3 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2 < 2\alpha < 6 &(3) \end{aligned}$$

Από το σκέλος (β) βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} 1 \leq \beta \leq 5 &\Leftrightarrow -3 \cdot 1 \geq -3\beta \geq -3 \cdot 5 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -3 &\geq -3\beta \geq -15 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -15 &\leq -3\beta \leq -3 &(4) \end{aligned}$$

Προσθέτουμε κατά μέλη τις ανισώσεις (3) και (4) και βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} 2 - 15 < 2\alpha - 3\beta < 6 - 3 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -13 < 2\alpha - 3\beta < 3 \end{aligned}$$

δ) Από την ανίσωση (2) βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} 1 \leq \beta \leq 5 &\Leftrightarrow 1 \geq \frac{1}{\beta} \geq \frac{1}{5} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{1}{5} &\leq \frac{1}{\beta} \leq 1 &(5) \end{aligned}$$

Πολλαπλασιάζουμε κατά μέλη τις ανισώσεις (1) και (5) και βρίσκουμε:

$$1 \cdot \frac{1}{5} < \alpha \cdot \frac{1}{\beta} < 3 \cdot 1 \Leftrightarrow \frac{1}{5} < \frac{\alpha}{\beta} < 3$$