α) Είναι:

$$\alpha_3 = 4 \Leftrightarrow \alpha_1\lambda^{3-1} = 4 \Leftrightarrow \alpha_1\lambda^2 = 4 \quad (1)$$

και

$$\alpha_5 = 16 \Leftrightarrow \alpha_1\lambda^{5-1} = 16 \Leftrightarrow \alpha_1\lambda^4 = 16 \quad (2)$$

Διαιρούμε κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) και βρίσκουμε:

$$\frac{\alpha_1\lambda^4}{\alpha_1\lambda^2} = \frac{16}{4} \Leftrightarrow \lambda^2 = 4 \overset{\lambda>0}{\Longleftrightarrow} \lambda = 2$$

Αντικαθιστούμε στη σχέση (1) και βρίσκουμε:

$$\alpha_1 2^2 = 4 \Leftrightarrow \alpha_1 4 = 4 \Leftrightarrow \alpha_1 = 1$$

β) Ισχύει ότι:

$$\frac{\beta_{\nu+1}}{\beta_\nu} = \frac{\frac{1}{\alpha_{\nu+1}}}{\frac{1}{\alpha_\nu}} = \frac{\alpha_\nu}{\alpha_{\nu+1}} = \frac{\alpha_1\lambda^{\nu-1}}{\alpha_1\lambda^{\nu+1-1}} = \frac{\alpha_1\lambda^{\nu}\lambda^{-1}}{\alpha_1\lambda^{\nu}} = \lambda^{-1} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2}$$

Επομένως η (β_ν) είναι γεωμετρική πρόοδος με πρώτο όρο $\beta_1 = \frac{1}{\alpha_1} = 1$ και λόγο $\lambda' = \frac{1}{2}$.

γ) Είναι:

$$S_{10} = \alpha_1\frac{\lambda^{10}-1}{\lambda-1} = 1 \cdot \frac{2^{10}-1}{2-1} =$$

$$= 2^{10} - 1 \quad (3)$$

και

$$S'_{10} = \beta_1\frac{(\lambda')^{10}-1}{\lambda'-1} =$$

$$= 1 \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{10}-1}{\frac{1}{2}-1} = \frac{\frac{1}{2^{10}}-1}{-\frac{1}{2}} =$$

$$= \frac{\frac{1-2^{10}}{2^{10}}}{-\frac{1}{2}} = \frac{2\left(2^{10}-1\right)}{2^{10}} =$$

$$= \frac{2^{10}-1}{2^9} = \frac{1}{2^9}\left(2^{10}-1\right) =$$

$$= \frac{1}{2^9}S_{10},$$

λόγω της (3).