α) Το τριώνυμο $3x^2 - 14x + 8$ έχει $α = 3$, $β = -14$, $γ = 8$ και διακρίνουσα:

$$Δ = β^2 - 4αγ = (-14)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 8 = 196 - 96 = 100 > 0$$

Άρα η εξίσωση (1) έχει ρίζες τις:

$$x_{1,2} = \frac{-β \pm \sqrt{Δ}}{2α} = \frac{-(-14) \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 3} = \frac{14 \pm 10}{6} = \begin{cases} \frac{14+10}{6} = 4 \\ \frac{14-10}{6} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Το τριώνυμο $8x^2 - 14x + 3$ έχει $α = 8$, $β = -14$, $γ = 3$ και διακρίνουσα:

$$Δ = β^2 - 4αγ = (-14)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 3 = 196 - 96 = 100 > 0$$

Άρα η εξίσωση (2) έχει ρίζες τις:

$$x_{1,2} = \frac{-β \pm \sqrt{Δ}}{2α} = \frac{-(-14) \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 8} = \frac{14 \pm 10}{16} = \begin{cases} \frac{14+10}{16} = \frac{3}{2} \\ \frac{14-10}{16} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

β) Ο αριθμός ρ είναι ρίζα της εξίσωσης (3) αν και μόνο αν την επαληθεύει, δηλαδή αν και μόνο

αν ισχύει:

$$αρ^2 + βρ + γ = 0 \quad (5)$$

i) Έστω ότι $ρ = 0$, τότε:

$$(5) \Leftrightarrow α \cdot 0^2 + β \cdot 0 + γ = 0 \Leftrightarrow γ = 0$$

άτοπο, αφού $αγ \neq 0$. Άρα $ρ \neq 0$.

ii) Ο αριθμός $\frac{1}{ρ}$ επαληθεύει την εξίσωση (4) αν και μόνο αν:

$$γ\left(\frac{1}{ρ}\right)^2 + β\frac{1}{ρ} + α = 0 \Leftrightarrow γ\frac{1}{ρ^2} + β\frac{1}{ρ} + α = 0 \overset{ρ \neq 0}{\Longleftrightarrow} γ + βρ + αρ^2 = 0 \Leftrightarrow αρ^2 + βρ + γ = 0$$

που ισχύει λόγω της ισότητας (5).