

α) i) Από τη γραφική παράσταση που δίνεται εκτιμούμε ότι τα σημεία τομής των C_f και C_g είναι τα $A_1(1, 1)$ και $A_2(3, 1)$.

ii) Η C_f είναι κάτω από τη C_g στο διάστημα $(1, 3)$.

β) Η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το $A = \mathbb{R}$ και η g το $B = \mathbb{R}$. Τα σημεία τομής τους προκύπτουν από τη λύση του συστήματος:

$$y = f(x) \text{ και } y = g(x)$$

Είναι:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow |x - 2| = 1 \Leftrightarrow (x - 2 = 1 \text{ ή } x - 2 = -1) \Leftrightarrow (x = 3 \text{ ή } x = 1)$$

Για $x = 1$ είναι $f(1) = |1 - 2| = 1$ και για $x = 3$ είναι $f(3) = |3 - 2| = 1$

Άρα τα σημεία τομής τους είναι τα $A_1(1, 1)$ και $A_2(3, 1)$.

Επίσης, $f(x) < g(x) \Leftrightarrow |x - 2| < 1 \Leftrightarrow -1 < x - 2 < 1 \Leftrightarrow 1 < x < 3$, άρα η C_f είναι κάτω από τη C_g στο διάστημα $(1, 3)$.

γ) Η παράσταση A έχει νόημα πραγματικού αριθμού αν και μόνο αν:

$$(1 - f(x) \geq 0 \text{ και } f(x) \neq 0) \Leftrightarrow (f(x) \leq 1 \text{ και } f(x) \neq 0)$$

Αναζητούμε επομένως τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f είναι κάτω από τη γραφική παράσταση της g , τα σημεία τομής της f με την g καθώς και τα σημεία στα οποία η f τέμνει τον άξονα $x'x$ ώστε να τα απορρίψουμε. Από τη δοθείσα γραφική παράσταση συμπεραίνουμε ότι αυτό συμβαίνει όταν:

$$x \in [1, 2) \cup (2, 3]$$

Σχόλιο

Το σκέλος (γ) θα μπορούσε να λυθεί αλγεβρικά ως εξής:

$$(f(x) \leq 1 \text{ και } f(x) \neq 0) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (|x - 2| \leq 1 \text{ και } |x - 2| \neq 0) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-1 \leq x - 2 \leq 1 \text{ και } x - 2 \neq 0) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (1 \leq x \leq 3 \text{ και } x \neq 2) \Leftrightarrow x \in [1, 2) \cup (2, 3]$$