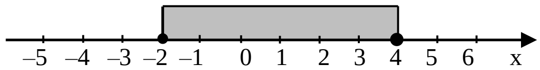
α) Είναι:

$$|x-1| \le 3 \Leftrightarrow -3 \le x-1 \le 3 \Leftrightarrow -3+1 \le x-1+1 \le 3+1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2 \le x \le 4 \Leftrightarrow x \in [-2, 4]$$



β) Οι ακέραιες λύσεις της ανίσωσης (1) που ανήκουν στο διάστημα $[-2, 4]$ είναι οι:

$$-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$$

γ) Αναζητούμε ένα τριώνυμο με μορφή $f(x) = x^2 + \beta x + \gamma$, το οποίο έχει δύο ρίζες και για το οποίο να ισχύει:

$$f(x) > 0, \text{ για κάθε } x \ge 0$$

και ο συντελεστής του x^2 είναι $\alpha = 1 > 0$.

Διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

Το τριώνυμο έχει δύο ρίζες άνισες x_1, x_2 τότε ο πίνακας προσήμων του είναι ο εξής:

x	$-\infty$	x_1		x_2		$+\infty$
$x^2 + \beta x + \gamma$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Επειδή θέλουμε $f(x) > 0$, για κάθε $x \in [0, +\infty)$ πρέπει το διάστημα αυτό να είναι εκτός των ριζών x_1, x_2. Αυτό με άλλα λόγια σημαίνει ότι οι ρίζες δεν πρέπει να ανήκουν στο διάστημα $[0, +\infty)$. Επομένως οι ρίζες θα είναι οι αριθμοί -2 και -1.

Τότε από τους τύπους Vieta βρίσκουμε:

$$S = x_1 + x_2 = -2 + (-1) = -3 \quad \text{και}$$

$$P = x_1 x_2 = (-2) \cdot (-1) = 2$$

Το ζητούμενο τριώνυμο είναι το:

$$x^2 - Sx + P = x^2 + 3x + 2.$$