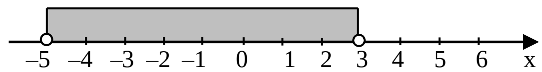
α) Είναι:

$$|x+1| < 4 \Leftrightarrow -4 < x+1 < 4 \Leftrightarrow -4-1 < x+1-1 < 4-1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -5 < x < 3 \Leftrightarrow x \in (-5, 3)$$



β) Οι ακέραιες λύσεις της ανίσωσης (1) που ανήκουν στο διάστημα (– 5, 3) είναι οι:

$$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$$

γ) Αναζητούμε ένα τριώνυμο με μορφή $f(x) = x^2 + \beta x + \gamma$, το οποίο έχει δύο ρίζες και για το οποίο να ισχύει:

$$f(x) > 0, \text{ για κάθε } x \leq 0$$

και ο συντελεστής του x^2 είναι $\alpha = 1 > 0$.

Διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

1η περίπτωση

Αν το τριώνυμο έχει δύο ρίζες άνισες x_1, x_2 τότε ο πίνακας προσήμων του είναι ο εξής:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$x^2 + \beta x + \gamma$		+	0	–	0	+	

Επειδή θέλουμε το τριώνυμο να είναι θετικό, για κάθε $x \in (-\infty, 0]$ πρέπει το διάστημα αυτό να είναι εκτός των ριζών x_1, x_2. Αυτό με άλλα λόγια σημαίνει ότι οι ρίζες δεν πρέπει να ανήκουν στο διάστημα $(-\infty, 0]$. Επομένως οι ρίζες θα είναι οι αριθμοί 1 και 2.

Τότε από τους τύπους Vieta βρίσκουμε:

$$S = x_1 + x_2 = 1 + 2 = 3 \quad \text{και} \quad P = x_1 x_2 = 1 \cdot 2 = 2$$

Το ζητούμενο τριώνυμο είναι το:

$$x^2 - Sx + P = x^2 - 3x + 2$$