

α) Το τριώνυμο $x^2 - 2x + \lambda$ έχει $\alpha = 1$, $\beta = -2$, $\gamma = \lambda$ και διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \lambda = 4 - 4\lambda$$

Η δοθείσα εξίσωση έχει δύο ρίζες διαφορετικές μεταξύ τους αν και μόνο αν:

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow 4 - 4\lambda > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -4\lambda > -4 \Leftrightarrow \lambda < 1$$

το οποίο ισχύει από υπόθεση.

β) Από τους τύπους Vieta βρίσκουμε:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{-2}{1} = 2 \quad (1)$$

γ) i) Ισοδύναμα και διαδοχικά βρίσκουμε:

$$|x_1 - 2| = |x_2 + 2| \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - 2 = x_2 + 2 \text{ ή } x_1 - 2 = -(x_2 + 2)) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2 = 2 + 2 \text{ ή } x_1 - 2 = -x_2 - 2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2 = 4 \text{ ή } x_1 + x_2 = 0, \text{ απορρίπτεται λόγω του } (\beta)) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x_1 - x_2 = 4 \quad (2)$$

ii) Προσθέτουμε κατά μέλη τις ισότητες (1) και (2) και βρίσκουμε:

$$x_1 + x_2 + x_1 - x_2 = 2 + 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x_1 = 6 \Leftrightarrow x_1 = 3$$

Αντικαθιστούμε στην ισότητα (1) και βρίσκουμε:

$$3 + x_2 = 2 \Leftrightarrow x_2 = -1$$

Επίσης, από τους τύπους Vieta βρίσκουμε:

$$P = x_1 x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot (-1) = \frac{\lambda}{1} \Leftrightarrow \lambda = -3$$