**α)** Είναι:

$$\alpha_3 = 10 \Leftrightarrow \alpha_1 + (3-1)\omega = 10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \alpha_1 = 10 - 2\omega \quad (1)$$

Ισχύει επίσης ότι:

$$\alpha_{20} = 61 \Leftrightarrow \alpha_1 + (20-1)\omega = 61 \overset{(1)}{\Leftrightarrow}$$

$$\Leftrightarrow 10 - 2\omega + 19\omega = 61 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 17\omega = 51 \Leftrightarrow \omega = 3$$

Αντικαθιστώντας στην (1) βρίσκουμε:

$$\alpha_1 = 10 - 2 \cdot 3 = 4$$

**β)** Έχουμε:

$$\alpha_\nu = 333 \Leftrightarrow \alpha_1 + (\nu-1)\omega = 333 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4 + (\nu-1)3 = 333 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4 + 3\nu - 3 = 333 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3\nu = 332 \Leftrightarrow \nu = \frac{332}{3}$$

Ο αριθμός $\frac{332}{3}$ δεν είναι φυσικός και επομένως ο 333 δεν μπορεί να είναι όρος της αριθμητικής προόδου.

**γ)** Έστω ότι οι x, y είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου με $x < y$. Τότε ισχύει ότι:

$$y = \omega + x \quad (2)$$

Είναι:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} \overset{(2)}{\Leftrightarrow} \frac{x}{2} = \frac{\omega + x}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x = 2(\omega + x) \Leftrightarrow 3x = 2\omega + 2x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 2\omega \Leftrightarrow x = 6$$

Ο αριθμός 6 δεν είναι όρος της αριθμητικής προόδου αφού θα έπρεπε να υπάρχει φυσικός αριθμός ν ώστε να ισχύει:

$\alpha_\nu = 6 \Leftrightarrow 4 + (\nu-1)\,3 = 6 \Leftrightarrow 3\nu = 5 \Leftrightarrow \nu = \frac{5}{3}$, που δεν είναι φυσικός αριθμός.