

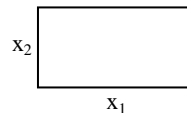
α) Από τους τύπους Vieta βρίσκουμε:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{-2}{1} = 2 \quad \text{και}$$

$$P = x_1 x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{\lambda(2-\lambda)}{1} = \lambda(2-\lambda)$$

i) Η περίμετρος του ορθογωνίου είναι:

$$\Pi = 2x_1 + 2x_2 = 2(x_1 + x_2) = 2 \cdot 2 = 4$$



ii) Το εμβαδόν E του ορθογωνίου είναι:

$$E = x_1 x_2 = \lambda(2-\lambda)$$

β) Ισοδύναμα και διαδοχικά βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} E \leq 1 &\Leftrightarrow \lambda(2-\lambda) \leq 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2\lambda - \lambda^2 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \lambda^2 - 2\lambda + 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (\lambda - 1)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

το οποίο ισχύει για κάθε $\lambda \in (0, 2)$.

γ) Είναι:

$$\begin{aligned} E = 1 &\Leftrightarrow \lambda(2-\lambda) = 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2\lambda - \lambda^2 = 1 \Leftrightarrow \lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (\lambda - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \lambda - 1 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \lambda = 1 \end{aligned}$$

Για $\lambda = 1$ η εξίσωση γίνεται:

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 = 0 &\Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \end{aligned}$$

Στην περίπτωση αυτή είναι $x_1 = x_2 = 1$ οπότε το ορθογώνιο είναι τετράγωνο.