

α) i) Το τριώνυμο $x^2 + 9x + 18$ έχει $\alpha = 1, \beta = 9, \gamma = 18$ και διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 81 - 72 = 9 > 0$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-9 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-9 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{-9+3}{2} = -3 \\ \frac{-9-3}{2} = -6 \end{cases}$$

ii) Επειδή $|x + 3| \geq 0$ και $|x^2 + 9x + 18| \geq 0$ ισοδύναμα βρίσκουμε:

$$|x + 3| + |x^2 + 9x + 18| = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (|x + 3| = 0 \text{ και } |x^2 + 9x + 18| = 0) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x + 3 = 0 \text{ και } x^2 + 9x + 18 = 0) \stackrel{(ai)}{\Leftrightarrow}$$

$$\Leftrightarrow (x = -3 \text{ και } x = -3 \text{ ή } x = -6) \Leftrightarrow x = -3$$

β) i) Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

x	$-\infty$	-6	-3	$+\infty$	
$x^2 + 9x + 18$	+	○	-	○	+

Από τον πίνακα προσήμων συμπεραίνουμε ότι:

$$x^2 + 9x + 18 < 0 \Leftrightarrow -6 < x < -3 \Leftrightarrow x \in (-6, -3)$$

$$x^2 + 9x + 18 > 0 \Leftrightarrow (x < -6 \text{ ή } x > -3) \Leftrightarrow x \in (-\infty, -6) \cup (-3, +\infty)$$

ii) Είναι:

$$|x^2 + 9x + 18| = -x^2 - 9x - 18 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |x^2 + 9x + 18| = -(x^2 + 9x + 18) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 9x + 18 < 0 \stackrel{(βii)}{\Leftrightarrow}$$

$$\Leftrightarrow -6 < x < -3 \Leftrightarrow x \in (-6, -3)$$