α) Το τριώνυμο έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4 \cdot 1 \cdot \beta^2 = -3\beta^2$$

β) i) Για $\beta \neq 0$ ισχύει ότι:

$$\Delta = -3\beta^2 < 0$$

Επειδή ο συντελεστή του x^2 είναι $1 > 0$ το τριώνυμο είναι θετικό για κάθε $x \in R$.

ii) Για $\beta = 0$ είναι $\Delta = 0$, οπότε το τριώνυμο είναι θετικό για κάθε $x \in R - \{0\}$ αφού για $x = 0$ μηδενίζεται.

γ) Θέτουμε στο αρχικό τριώνυμο $x = \alpha$ και βρίσκουμε:

$$\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$$

Διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

Περίπτωση 1$^{\eta}$

Αν $\beta \neq 0$ τότε από το σκέλος (αii) συμπεραίνουμε ότι:

$$\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 > 0$$

Περίπτωση 2$^{\eta}$

Αν $\beta = 0$ (οπότε $\alpha \neq 0$) τότε από το σκέλος (βii) συμπεραίνουμε ότι:

$$\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 > 0$$