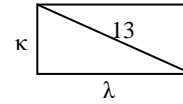


α) i) Από τα δεδομένα της άσκησης βρίσκουμε ότι:

$$\begin{aligned} \Pi = 34 &\Leftrightarrow 2\kappa + 2\lambda = 34 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \kappa + \lambda = 17 \Leftrightarrow \kappa = 17 - \lambda \quad (1) \end{aligned}$$



Από το Πυθαγόρειο θεώρημα βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} \kappa^2 + \lambda^2 &= 13^2 \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} (17 - \lambda)^2 + \lambda^2 = 169 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 289 - 34\lambda + \lambda^2 + \lambda^2 = 169 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2\lambda^2 - 34\lambda + 120 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \lambda^2 - 17\lambda + 60 = 0 \end{aligned}$$

Η εξίσωση έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-17)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 60 = 289 - 240 = 49 > 0$$

και ρίζες τις:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-17) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{17 \pm 7}{2} = \begin{cases} \frac{17+7}{2} = 12 \\ \frac{17-7}{2} = 5 \end{cases}$$

- Για $\lambda = 12$ από τη σχέση (1) βρίσκουμε $\kappa = 5$.
- Για $\lambda = 5$ από τη σχέση (1) βρίσκουμε $\kappa = 12$.

Σε κάθε περίπτωση το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι:

$$E = \kappa \cdot \lambda = 5 \cdot 12 = 60 \text{ cm}^2$$

ii) Η ζητούμενη εξίσωση είναι της μορφής:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

με

$$S = \kappa + \lambda = 17 \quad \text{και} \quad P = \kappa \cdot \lambda = 60$$

Τελικά η ζητούμενη εξίσωση είναι η:

$$x^2 - 17x + 60 = 0$$

iii) Τα μήκη των πλευρών του ορθογωνίου είναι 5 cm και 12 cm.

β) Έστω ότι υπάρχει ορθογώνιο με μήκη πλευρών α και β . Τότε πρέπει:

$$\begin{aligned} E_0 = 40 &\Leftrightarrow \alpha\beta = 40 \quad (2) \\ \alpha^2 + \beta^2 &= 8^2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 64 \stackrel{(2)}{\Leftrightarrow} \\ &\Leftrightarrow (\alpha + \beta)^2 - 80 = 64 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (\alpha + \beta)^2 = 144 \stackrel{\alpha, \beta > 0}{\Leftrightarrow} \\ &\Leftrightarrow \alpha + \beta = 12 \end{aligned}$$

Μια δευτεροβάθμια εξίσωση με ρίζες τα μήκη α και β είναι η:

$$x^2 - 12x + 40 = 0$$

η οποία έχει διακρίνουσα $\Delta_0 = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 40 = 144 - 160 = -16 < 0$

Επομένως η εξίσωση είναι αδύνατη. Άρα δεν υπάρχει ορθογώνιο με εμβαδόν 40 cm^2 και διαγώνιο 8 cm .