

#### ΘΕΜΑ 4

α) Δίνεται η διτετράγωνη εξίσωση:  $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$ .

Να δείξετε ότι η εξίσωση αυτή έχει δύο μόνο πραγματικές ρίζες, τις οποίες και να προσδιορίσετε. (Μονάδες 10)

β) Γενικεύοντας το παράδειγμα του προηγούμενου ερωτήματος, θεωρούμε τη διτετράγωνη εξίσωση:

$$x^4 + \beta x^2 + \gamma = 0 \quad (1) \quad \text{με παραμέτρους } \beta, \gamma \in \mathbb{R}$$

Να δείξετε ότι: Αν  $\gamma < 0$  τότε

i)  $\beta^2 - 4\gamma > 0$  (Μονάδες 3)

ii) η εξίσωση (1) έχει δύο μόνο διαφορετικές πραγματικές ρίζες.

(Μονάδες 12)