

ΘΕΜΑ 4

α) Θεωρούμε την εξίσωση $x^2+2x+3=\alpha$, με παράμετρο $\alpha \in \mathbb{R}$.

i) Να βρείτε για ποιες τιμές του α η εξίσωση $x^2+2x+3=\alpha$ έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες. (Μονάδες 6)

ii) Να βρείτε την τιμή του α ώστε η εξίσωση να έχει διπλή ρίζα, την οποία και να προσδιορίσετε. (Μονάδες 6)

β) Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = x^2+2x+3$, $x \in \mathbb{R}$.

i) Να αποδείξετε ότι $f(x) \geq 2$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$ (Μονάδες 7)

ii) Να λύσετε την ανίσωση $\sqrt{f(x)} - 2 \leq 2$ (Μονάδες 6)