

α) Είναι:

$$\begin{aligned}\omega &= \alpha_3 - \alpha_2 = (\kappa + 1)^2 - \kappa^2 = \\ &= (\kappa + 1 - \kappa)(\kappa + 1 + \kappa) = 2\kappa + 1 \quad (1)\end{aligned}$$

Άρα η διαφορά ω είναι περιττός αριθμός.

β) i) Ισχύει ότι:

$$\begin{aligned}\alpha_2 &= \alpha_1 + \omega \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} \kappa^2 = 2 + 2\kappa + 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \kappa^2 - 2\kappa - 3 = 0\end{aligned}$$

Η εξίσωση έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 > 0$$

και ρίζες τις:

$$\kappa_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} \frac{2+4}{2} = 3 \\ \frac{2-4}{2} = -1 \end{cases}$$

Η τιμή $\kappa = -1$ απορρίπτεται διότι πρέπει $\kappa > 1$. Άρα $\kappa = 3$.

Αντικαθιστούμε στη σχέση (1) και βρίσκουμε:

$$\omega = 2 \cdot 3 + 1 \Leftrightarrow \omega = 7$$

ii) Έχουμε:

$$\begin{aligned}\alpha_v &= 1017 \Leftrightarrow \alpha_1 + (v-1)\omega = 1017 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2 + (v-1)7 = 1017 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2 + 7v - 7 = 1017 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 7v = 1022 \Leftrightarrow v = 146\end{aligned}$$

Άρα ο 146ος όρος είναι ίσος με 1017.