α) Για $\alpha = 1$ ο τύπος της g γράφεται: $g(x) = x + 1,\ x \in R$.

Η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το $A = \mathbb{R}$ και η g το $B = R$. Τα σημεία τομής τους προκύπτουν από τη λύση του συστήματος:

$$y = f(x) \text{ και } y = g(x)$$

Είναι:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + 1 = x + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x = 0 \text{ ή } x - 1 = 0) \Leftrightarrow (x = 0 \text{ ή } x = 1)$$

- Για $x = 0$ είναι $g(0) = 0 + 1 = 1$.
- Για $x = 1$ είναι $g(1) = 1 + 1 = 2$.

Επομένως τα σημεία τομής των C_f και C_g είναι τα:

$$A(0, 1) \text{ και } B(1, 2)$$

β) Οι γραφικές παραστάσεις των f και g τέμνονται σε δύο σημεία αν και μόνο αν η εξίσωση $f(x) = g(x)$ έχει δύο λύσεις. Τότε:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + 1 = x + \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 1 - \alpha = 0 \quad (1)$$

Το τριώνυμο έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (1 - \alpha) =$$

$$= 1 - 4 + 4\alpha = 4\alpha - 3$$

Για να έχει λοιπόν η εξίσωση (1) δύο λύσεις πρέπει:

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow 4\alpha - 3 > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4\alpha > 3 \Leftrightarrow \alpha > \frac{3}{4}$$

γ) Επειδή $\alpha > 1 > \frac{3}{4}$ η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες τις x_1, x_2. Από τους τύπους Vieta βρίσκουμε:

$$P = x_1 x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} = 1 - \alpha < 0$$

Οπότε οι τετμημένες των σημείων τομής των γραφικών παραστάσεων των f και g είναι ετερόσημες.