α) Το τριώνυμο $\lambda x^2 + (2\lambda - 1)x + \lambda - 1$ έχει $\alpha = \lambda$, $\beta = 2\lambda - 1$, $\gamma = \lambda - 1$ και διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (2\lambda - 1)^2 - 4 \cdot \lambda \cdot (\lambda - 1) =$$
$$= 4\lambda^2 - 4\lambda + 1 - 4\lambda^2 + 4\lambda = 1$$

Άρα η διακρίνουσα Δ είναι σταθερή.

β) Οι ρίζες της εξίσωσης είναι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(2\lambda-1) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot \lambda} = \frac{1-2\lambda \pm 1}{2\lambda} = \begin{cases} \frac{2-2\lambda}{2\lambda} = \frac{1-\lambda}{\lambda} \\ \frac{-2\lambda}{2\lambda} = -1 \end{cases}$$

γ) Η απόσταση των ριζών της εξίσωσης στον άξονα των πραγματικών αριθμών είναι $|x_2 - x_1|$. Τότε:

$$|x_2 - x_1| = 2 \Leftrightarrow \left|-1 - \frac{1-\lambda}{\lambda}\right| = 2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \left|\frac{-\lambda-1+\lambda}{\lambda}\right| = 2 \Leftrightarrow \left|\frac{1}{\lambda}\right| = 2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{\lambda} = 2 \text{ ή } \frac{1}{\lambda} = -2\right) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \left(\lambda = \frac{1}{2} \text{ ή } \lambda = -\frac{1}{2}\right)$$