

α) Παρατηρώντας το σχήμα, τα σημεία τομής των C_f και C_g είναι κατ' εκτίμηση τα $A(1, 1)$ και $B(4, 2)$.

β) Η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το $A = \mathbb{R}$ και η g το $B = \mathbb{R}$. Τα σημεία τομής τους προκύπτουν από τη λύση του συστήματος:

$$y = f(x) \text{ και } y = g(x)$$

Είναι:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow |x - 2| = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \quad (1)$$

Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

1^η περίπτωση

Για $x \geq 2$, είναι $|x - 2| = x - 2$ οπότε η (1) γράφεται:

$$x - 2 = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3x - 6 = x + 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x - x = 6 + 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4, \text{ δεκτή}$$

Για $x = 4$ είναι $f(4) = |4 - 2| = 2$.

Άρα το σημείο τομής των C_f και C_g είναι το $A(4, 2)$.

2^η περίπτωση

Για $x \leq 2$, είναι $|x - 2| = -(x - 2) = 2 - x$ οπότε η (1) γράφεται:

$$2 - x = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \Leftrightarrow 6 - 3x = x + 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = x + 3x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x = 4 \Leftrightarrow x = 1, \text{ δεκτή}$$

Για $x = 1$ είναι $f(1) = |1 - 2| = 1$.

Άρα το σημείο τομής των C_f και C_g είναι το $B(1, 1)$.

γ) Από το διάγραμμα που δίνεται διαπιστώνουμε ότι η C_f βρίσκεται πάνω από τη C_g αν και μόνο αν $x \in (-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$.

δ) Η παράσταση K έχει νόημα πραγματικού αριθμού αν και μόνο αν:

$$3|2 - x| - (x + 2) \geq 0 \Leftrightarrow 3|2 - x| \geq (x + 2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |2 - x| \geq \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow f(x) \geq g(x)$$

Επομένως αναζητούμε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f είναι πάνω από τη γραφική παράσταση της g καθώς και τα σημεία στα οποία είναι ίσες. Από το σκέλος (γ) βρίσκουμε ότι:

$$f(x) \geq g(x) \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$$