i) Το τριώνυμο $x^2 - x + (\lambda - \lambda^2)$ έχει $\alpha = 1$, $\beta = -1$, $\gamma = \lambda - \lambda^2$ και διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (\lambda - \lambda^2) =$$
$$= 1 - 4\lambda + 4\lambda^2 = (1 - 2\lambda)^2$$

Επειδή είναι $\Delta \geq 0$, για κάθε $\lambda \in R$ το τριώνυμο έχει πραγματικές ρίζες.

ii) Το τριώνυμο έχει δύο (πραγματικές) ρίζες ίσες αν και μόνο αν:

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow (1 - 2\lambda)^2 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 1 - 2\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{2}$$

γ) i) Ισοδύναμα και διαδοχικά βρίσκουμε:

$$x_1 < \frac{x_1+x_2}{2} < x_2 \Leftrightarrow \left(x_1 < \frac{x_1+x_2}{2} \text{ και } \frac{x_1+x_2}{2} < x_2\right) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (2x_1 < x_1 + x_2 \text{ και } x_1 + x_2 < 2x_2) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x_1 < x_2 \text{ και } x_1 < x_2) \Leftrightarrow x_1 < x_2,$$

που ισχύει από υπόθεση.

ii) Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

x	$-\infty$	x_1	$\frac{x_1+x_2}{2}$	x_2	$x_2 + 1$	$+\infty$
$x^2 - x + \lambda - \lambda^2$	+	0	−	0	+	

Είναι:

$$f(x_2) = 0,\ f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) < 0,\ f(x_2 + 1) > 0$$

Άρα:

$$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) < f(x_2) < f(x_2 + 1)$$