

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το τριώνυμο

$$f(x) = x^2 - x + (\lambda - \lambda^2), \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου και να αποδείξετε ότι το τριώνυμο

έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ (Μονάδες 10)

β) Για ποια τιμή του λ το τριώνυμο έχει δύο ρίζες ίσες; (Μονάδες 6)

γ) Αν $\lambda \neq \frac{1}{2}$ και x_1, x_2 είναι οι ρίζες του παραπάνω τριωνύμου με $x_1 < x_2$, τότε :

i) να αποδείξετε ότι $x_1 < \frac{x_1 + x_2}{2} < x_2$ (Μονάδες 4)

ii) να διατάξετε από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους αριθμούς

$f(x_2), f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right), f(x_2 + 1)$. (Μονάδες 5)