α) Το τριώνυμο $x^2 - x + (\lambda - \lambda^2)$ έχει $\alpha = 1$, $\beta = -1$, $\gamma = \lambda - \lambda^2$ και διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (\lambda - \lambda^2) =$$

$$= 1 - 4\lambda + 4\lambda^2 = (1 - 2\lambda)^2$$

Επειδή είναι $\Delta \geq 0$, για κάθε $\lambda \in R$ η εξίσωση (1) έχει πραγματικές ρίζες.

β) Η εξίσωση έχει δύο (πραγματικές) ρίζες ίσες αν και μόνο αν:

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow (1 - 2\lambda)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{2}$$

γ) Για να έχει η συνάρτηση πεδίο ορισμού το R αρκεί να ισχύει:

$$x^2 - x + \lambda - \lambda^2 \geq 0, \text{ για κάθε } x \in R$$

Επειδή ο συντελεστής του x^2 είναι $\alpha = 1 > 0$, πρέπει:

$$\Delta \leq 0 \Leftrightarrow (1 - 2\lambda)^2 \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (1 - 2\lambda)^2 = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\lambda = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{2}$$