α) Το τριώνυμο $x^2 - 3x - 4$ έχει $α = 1$, $β = -3$, $γ = -4$ και διακρίνουσα:

$$Δ = β^2 - 4αγ = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25 > 0$$

Οι ρίζες της εξίσωσης είναι:

$$x_{1,2} = \frac{-β \pm \sqrt{Δ}}{2α} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} \frac{3+5}{2} = 4 \\ \frac{3-5}{2} = -1 \end{cases}$$

β) i) Ο αριθμός $\frac{α}{β}$ είναι λύση της εξίσωσης (1) αν και μόνο αν την επαληθεύει, δηλαδή αν και μόνο αν ισχύει:

$$\left(\frac{α}{β}\right)^2 - 3\frac{α}{β} - 4 = 0 \Leftrightarrow \frac{α^2}{β^2} - 3\frac{α}{β} - 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow α^2 - 3αβ - 4β^2 = 0,$$

το οποίο ισχύει από υπόθεση.

ii) Οι λύσεις της εξίσωσης (1) είναι $x_1 = 4$ ή $x_2 = -1$. Στο σκέλος (βi) αποδείξαμε ότι ο αριθμός $\frac{α}{β}$ είναι λύση της εξίσωσης (1) άρα πρέπει:

$$\frac{α}{β} = 4 \text{ ή } \frac{α}{β} = -1$$

Επειδή οι α, β είναι ομόσημοι η περίπτωση $\frac{α}{β} = -1$ απορρίπτεται. Άρα ισχύει:

$$\frac{α}{β} = 4 \Leftrightarrow α = 4β$$

δηλαδή, ο α είναι τετραπλάσιος του β.