α) Η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το $A = R$ και η g το $B = R$. Τα σημεία τομής τους προκύπτουν από τη λύση του συστήματος:

$$y = f(x) \text{ και } y = g(x)$$

Είναι:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x = 3x - 4 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

Το τριώνυμο έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 25 - 16 = 9$$

και ρίζες τις:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{5+3}{2} = 4 \\ \frac{5-3}{2} = 1 \end{cases}$$

- Για $x = 1$ είναι $f(1) = 1 - 2 = -1$
- Για $x = 4$ είναι $f(4) = 16 - 8 = 8$

Άρα τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων είναι τα:

$$A(1, -1) \text{ και } B(4, 8)$$

β) Τα διαστήματα για τα οποία η γραφική παράσταση της f είναι κάτω από τη γραφική παράσταση της g είναι εκείνα για τα οποία ισχύει:

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3x - 4 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 < 0$$

Τις ρίζες του τριωνύμου $x^2 - 5x + 4$ τις προσδιορίσαμε στο σκέλος (α).

Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

x	$-\infty$	1		4	$+\infty$
$x^2 - 5x + 4$	+	0	−	0	+

Από τον πίνακα προσήμων συμπεραίνουμε ότι:

$$x^2 - 5x + 4 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 4 \Leftrightarrow x \in (1, 4)$$

γ) Κάθε ευθεία της μορφής $y = \alpha$, με $\alpha < -1$, βρίσκεται κάτω από τη γραφική παράσταση της f αν και μόνο αν ισχύει:

$$f(x) > \alpha \text{ για κάθε } \alpha < -1$$

Τότε:

$$x^2 - 2x > \alpha \Leftrightarrow x^2 - 2x - \alpha > 0$$

Η ανίσωση ισχύει διότι το τριώνυμο έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-\alpha) =$$
$$= 4 + 4\alpha = 4(1 + \alpha) < 0,$$

για κάθε $\alpha < -1$

Συνεπώς κάθε ευθεία με εξίσωση $y = \alpha$, με $\alpha < -1$, βρίσκεται κάτω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .