α) Αντικαθιστούμε στον τύπο της f, και συγκεκριμένα στον κλάδο x + 2 όπου x = 0 και βρίσκουμε:

$$f(0) = 0 + 2 = 2$$

Άρα η C_f τέμνει τον άξονα y΄y στο σημείο M(0, 2).

β) i) • Για x = – 1 είναι:

$$f(-1) = -(-1) + 2 = 1 + 2 = 3$$

• Για x = – 2 είναι:

$$f(-2) = -(-2) + 2 = 2 + 2 = 4$$

Άρα η ημιευθεία y = – x + 2 διέρχεται από τα σημεία Α(– 1, 3) και Β(– 2, 4).

• Για x = 1 είναι:

$$f(1) = 1 + 2 = 3$$

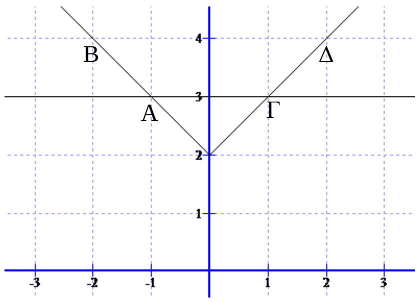
• Για x = 2 είναι:

$$f(2) = 2 + 2 = 4$$

Άρα η ημιευθεία y = x + 2 διέρχεται από τα σημεία Γ(1, 3) και Δ(2, 4).

Η ευθεία y = 3 είναι παράλληλη στον άξονα x΄x και διέρχεται από το σημείο Ε(0, 3).

Η γραφική παράσταση είναι η εξής:



Από τη γραφική παράσταση διαπιστώνουμε ότι τα σημεία τομής της f με την ευθεία y = 3 είναι τα Α(– 1, 3) και Γ(1, 3).

ii) Τα σημεία Α και Γ έχουν αντίθετες τετμημένες και ίσες τεταγμένες. Άρα είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα y΄y.

γ) i) Η ευθεία y = α τέμνει της C_f, όπως διαπιστώνουμε από το γράφημα, σε δύο σημεία αν και μόνο αν α > 2.

ii) Ο τύπος της f γράφεται:

$$f(x) = |x| + 2,\ x \in R$$

Τότε:

$$f(x) = \alpha \Leftrightarrow |x| + 2 = \alpha \Leftrightarrow |x| = \alpha - 2 \quad (1)$$

- Αν $\alpha < 2 \Leftrightarrow \alpha - 2 < 0$ η εξίσωση (1) είναι αδύνατη.
- Αν $\alpha = 2 \Leftrightarrow \alpha - 2 = 0$ η εξίσωση (1) έχει λύση την:

$$|x| = 2 - 2 \Leftrightarrow |x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

- Αν $\alpha > 2 \Leftrightarrow \alpha - 2 > 0$, τότε η εξίσωση (1) έχει λύσεις τις:

$$|x| = \alpha - 2 \Leftrightarrow (x = \alpha - 2 \text{ ή } x = -(\alpha - 2)) \Leftrightarrow (x = \alpha - 2 \text{ ή } x = 2 - \alpha)$$

Επομένως επιβεβαιώνεται και αλγεβρικά το γεγονός ότι για > 2 έχουμε δύο λύσεις.