

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση  $f$ , με  $f(x) = \begin{cases} -x+2, & \text{αν } x < 0 \\ x+2, & \text{αν } x \geq 0 \end{cases}$

α) Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης  $C_f$  της  $f$  με τον άξονα  $y'y$ .

(Μονάδες 3)

β) i) Να χαράξετε τη  $C_f$  και την ευθεία  $y = 3$ , και στη συνέχεια να εκτιμήσετε τις συντεταγμένες των σημείων τομής τους.

(Μονάδες 5)

ii) Να εξετάσετε αν τα σημεία αυτά είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα  $y'y$ . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 4)

γ) i) Για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού  $a$ , η ευθεία  $y = a$  τέμνει τη  $C_f$  σε δυο σημεία; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 5)

ii) Για τις τιμές του  $a$  που βρήκατε στο ερώτημα (γi), να προσδιορίσετε αλγεβρικά τα σημεία τομής της  $C_f$  με την ευθεία  $y = a$  και να εξετάσετε αν ισχύουν τα συμπεράσματα του ερωτήματος (βii), αιτιολογώντας τον ισχυρισμό σας.

(Μονάδες 8)