α) Το τριώνυμο $x^2 + x + 1$ έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 1 - 4 = -3 < 0$$

οπότε είναι ομόσημο του συντελεστή του x^2, δηλαδή του $\alpha = 1 > 0$, για κάθε $x \in R$.

Επομένως ισχύει ότι:

$$x^2 + x + 1 > 0 \Leftrightarrow f(x) > 0$$

Άρα η γραφική παράσταση της f βρίσκεται ολόκληρη πάνω από τον άξονα x΄x και επομένως δεν τον τέμνει.

β) Οι τετμημένες των σημείων ης C_f που βρίσκονται κάτω από την ευθεία $y = 2x + 3$ προκύπτουν από την επίλυση της ανίσωσης:

$$f(x) < 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 + x + 1 < 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 < 0$$

Το τριώνυμο $x^2 - x - 2$ έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9 > 0$$

και ρίζες τις:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{1+3}{2} = 2 \\ \frac{1-3}{2} = -1 \end{cases}$$

Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$x^2 - x - 2$		+	0	−	0	+	

Από τον πίνακα προσήμων συμπεραίνουμε ότι:

$$x^2 - x - 2 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 2 \Leftrightarrow x \in (-1, 2)$$

Για κάθε $x \in R$ ισχύει ότι:

$$|2x - 1| < 3 \Leftrightarrow -3 < 2x - 1 < 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2 < 2x < 4 \Leftrightarrow -1 < x < 2$$

Επομένως, λόγω του ερωτήματος β, το σημείο αυτό βρίσκεται κάτω από την ευθεία με εξίσωση $y = 2x + 3$.