

α) Θέτουμε: $x^2 = y$, ($y \geq 0$) οπότε η δοσμένη εξίσωση γίνεται:

$$y^2 - 7y + 12 = 0$$

Το τριώνυμο $y^2 - 7y + 12$ έχει $\alpha = 1$, $\beta = -7$, $\gamma = 12$ και διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 49 - 48 = 1 > 0$$

Οι ρίζες της εξίσωσης είναι:

$$y_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{7+1}{2} = 4 \text{ δεκτή} \\ \frac{7-1}{2} = 3 \text{ δεκτή} \end{cases}$$

- Για $y = 4$ η ισότητα (1) δίνει:

$$x^2 = 4 \Leftrightarrow (x = 2 \text{ ή } x = -2)$$

- Για $y = 3$ η ισότητα (1) δίνει:

$$x^2 = 3 \Leftrightarrow (x = \sqrt{3} \text{ ή } x = -\sqrt{3})$$

β) Θέτουμε: $x^2 = y$, ($y \geq 0$) οπότε η εξίσωση (1) γίνεται:

$$y^2 + \beta y + \gamma = 0 \quad (2)$$

Η διακρίνουσα της εξίσωσης (2) είναι:

$$\Delta = \beta^2 - 4\gamma > 0, \text{ από υπόθεση}$$

Επομένως η εξίσωση (2) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες τις οποίες συμβολίζουμε y_1, y_2 .

Από τους τύπους Vieta βρίσκουμε:

- $S = -\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{\beta}{1} = -\beta > 0$, άρα οι ρίζες y_1, y_2 είναι θετικές.
- $P = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{\gamma}{1} = \gamma > 0$, άρα οι ρίζες είναι ομόσημες.

Τότε:

$$(x^2 = y_1 \text{ ή } x^2 = y_2) \Leftrightarrow (x = \sqrt{y_1} \text{ ή } x = -\sqrt{y_1} \text{ ή } x = \sqrt{y_2} \text{ ή } x = -\sqrt{y_2})$$

Τελικά η εξίσωση (1) έχει τέσσερις διαφορετικές πραγματικές ρίζες.