α) Η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο Α(0, 2) αν και μόνο αν:

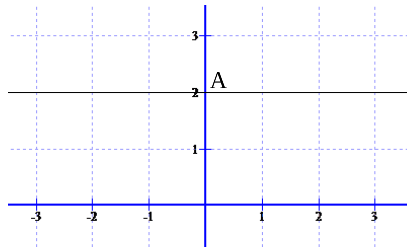
$$f(0) = 2 \Leftrightarrow (\lambda + 1) \cdot 0^2 - (\lambda + 1) \cdot 0 + 2 = 2 \Leftrightarrow 2 = 2,$$

το οποίο ισχύει για οποιαδήποτε τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$.

β) Για $\lambda = -1$ ο τύπος της f γράφεται:

$$f(x) = (-1 + 1)x^2 - (-1 + 1)x + 2 = 2$$

Επομένως η γραφική παράσταση της f είναι μια ευθεία παράλληλη στον άξονα x΄x Που διέρχεται από το σημείο Α(0, 2).



γ) Η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα x΄x στο σημείο Β(2, 0) και επομένως διέρχεται από αυτό αν και μόνο αν:

$$f(2) = 0 \Leftrightarrow (\lambda + 1) \cdot 2^2 - (\lambda + 1) \cdot 2 + 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\lambda + 1) \cdot 4 - 2\lambda - 2 + 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4\lambda + 4 - 2\lambda = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\lambda = -4 \Leftrightarrow \lambda = -2.$$

Για λ=-2 έχουμε: $f(x) = (-2 + 1)x^2 - (-2 + 1)x + 2 = -x^2 + x + 2$. Η γραφική παράσταση τέμνει τον οριζόντιο άξονα σε ένα σημείο σημαίνει ότι η τεταγμένη του σημείου είναι 0. Γνωρίζουμε ότι τέμνει τον οριζόντιο άξονα στο (2,0) άρα για να βρούμε το άλλο σημείο (ρ,0) αρκεί να βρούμε την άλλη λύση ρ της εξίσωσης: $-x^2 + x + 2=0$. Εφόσον S = -2 έχουμε: -2=2+ ρ οπότε ρ = -4. Άρα το άλλο σημείο είναι το (-4,0).

δ) Για $\lambda = 1$ ο τύπος της f γράφεται:

$$f(x) = (1 + 1)x^2 - (1 + 1)x + 2 =$$

$$= 2x^2 - 2x + 2 = 2(x^2 - x + 1)$$

Το τριώνυμο $x^2 - x + 1$ έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 1 - 4 = -3 < 0$$

οπότε είναι ομόσημο του συντελεστή του x^2, δηλαδή του $\alpha = 1 > 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Επομένως ισχύει ότι:

$$x^2 - x + 1 > 0 \Leftrightarrow 2(x^2 - x + 1) > 0 \Leftrightarrow f(x) > 0$$

Άρα η γραφική παράσταση της f βρίσκεται ολόκληρη πάνω από τον άξονα x΄x.