

α) Είναι:

$$f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + \alpha = 4 - 8 + \alpha = -4 + \alpha \text{ και}$$

$$g(2) = 2\alpha - 5$$

Τότε:

$$f(2) = g(2) \Leftrightarrow -4 + \alpha = 2\alpha - 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -4 + 5 = 2\alpha - \alpha \Leftrightarrow \alpha = 1$$

β) Για $\alpha = 1$ είναι:

$$f(x) = x^2 - 4x + 1 \text{ και}$$

$$g(x) = x - 5$$

i) Τότε:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 = x - 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

Το τριώνυμο έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1 > 0$$

και ρίζες τις:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{5+1}{2} = 3 \\ \frac{5-1}{2} = 2 \end{cases}$$

ii) Είναι:

$$f(x) \geq g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$x^2 - 5x + 6$	+	○	○	+

Από τον πίνακα προσήμων συμπεραίνουμε ότι:

$$x^2 - 5x + 6 \geq 0 \Leftrightarrow (x \leq 2 \text{ ή } x \geq 3) \Leftrightarrow x \in (-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$$

Από τη ιδιότητα $|a| = a \Leftrightarrow a \geq 0$ ισχύει ότι:

$$|f(x) - g(x)| = f(x) - g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in (-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$$