α) Είναι:

$$x^2 < x \Leftrightarrow x^2 - x < 0$$

Το πολυώνυμο $x^2 - x$ έχει ρίζες τις:

$$x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x-1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x = 0 \text{ ή } x = 1)$$

Το πρόσημο του φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

	x	$-\infty$	0		1	$+\infty$
	$x^2 - x$	+	0	−	0	+

Επομένως ισχύει:

$$x^2 - x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1 \Leftrightarrow x \in (0, 1)$$

β) i)
- $0 < \alpha^2$
- $\alpha < 1 \overset{\alpha>0}{\Longleftrightarrow} \alpha \cdot \alpha < 1 \cdot \alpha \Leftrightarrow \alpha^2 < \alpha$
- $\alpha^2 < \alpha \overset{\alpha>0}{\Longleftrightarrow} \sqrt{\alpha^2} < \sqrt{\alpha} \overset{\alpha>0}{\Longleftrightarrow} \alpha < \sqrt{\alpha}$
- $\alpha < 1 \overset{\alpha>0}{\Longleftrightarrow} \sqrt{\alpha} < 1$

Τελικά:

$$0 < \alpha^2 < \alpha < \sqrt{\alpha} < 1$$

ii) Ισοδύναμα βρίσκουμε:

$$\sqrt{1+\alpha} < 1 + \sqrt{\alpha} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1+\alpha}^2 < \left(1 + \sqrt{\alpha}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 + \alpha < 1 + 2\sqrt{\alpha} + \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0 < 2\sqrt{\alpha}$$

Ισχύει για κάθε $\alpha > 0$.