

α) Από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων που δίνονται βρίσκουμε ότι οι τεταγμένες των συναρτήσεων που αντιστοιχούν στην τετμημένη με τιμή 5 κυμαίνονται για τη συνάρτηση εσόδων $\varepsilon(x)$ στο 100 και για τη συνάρτηση δαπανών $\delta(x)$ στο 75.

β) i) Έστω $\delta(x) = \lambda_1 x + \beta_1$ η ζητούμενη εξίσωση της ευθείας που περιγράφει τη συνάρτηση δαπανών. Η ευθεία (δ) διέρχεται από τα σημεία $A(0, 100)$ και $B(10, 50)$ οπότε έχει συντελεστή διεύθυνσης τον:

$$\lambda_1 = \frac{50-100}{10-0} = \frac{-50}{10} = -5$$

Τότε η ευθεία (δ) γράφεται:

$$\delta(x) = -5x + \beta_1$$

Επειδή η ευθεία (δ) διέρχεται από το A οι συντεταγμένες του σημείου A την επαληθεύουν.

Τότε:

$$A \in (\delta) \Leftrightarrow 100 = 0 + \beta_1 \Leftrightarrow \beta_1 = 100$$

Τελικά η ευθεία (δ) έχει εξίσωση:

$$\delta(x) = -5x + 100$$

Έστω $\varepsilon(x) = \lambda_2 x + \beta_2$ η ζητούμενη εξίσωση της ευθείας που περιγράφει τη συνάρτηση εσόδων. Η ευθεία (ε) διέρχεται από τα σημεία $\Gamma(0, 50)$ και $\Delta(10, 150)$ οπότε έχει συντελεστή διεύθυνσης τον:

$$\lambda_2 = \frac{150-50}{10-0} = \frac{100}{10} = 10$$

Τότε η ευθεία (ε) γράφεται:

$$\varepsilon(x) = 10x + \beta_2$$

Επειδή η ευθεία (ε) διέρχεται από το Γ οι συντεταγμένες του σημείου Γ την επαληθεύουν.

Τότε:

$$\Gamma \in (\varepsilon) \Leftrightarrow 50 = 0 + \beta_2 \Leftrightarrow \beta_2 = 50$$

Τελικά η ευθεία (ε) έχει εξίσωση:

$$\varepsilon(x) = 10x + 50$$

Για $x = 5$ βρίσκουμε:

$$\delta(5) = -25 + 100 = 75 \quad \text{και}$$

$$\varepsilon(5) = 50 + 50 = 100$$

Επομένως οι εκτιμήσεις που κάναμε ήταν σωστές.

ii) Η τετμημένη του σημείου τομής των τμημάτων AB και $\Gamma\Delta$ προκύπτει από την λύση της εξίσωσης:

$$\varepsilon(x) = \delta(x) \Leftrightarrow 10x + 50 = -5x + 100 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 15x = 50 \Leftrightarrow x = \frac{50}{15} = \frac{10}{3}$$

Για $x = 10/3$ βρίσκουμε:

$$\varepsilon(10/3) = 10 \cdot 10/3 + 50 = 250/3$$

Άρα το σημείο τομής των ΑΒ και ΓΔ έχει συντεταγμένες $M(3,3, 83)$.

Επομένως 3 έτη και 3 μήνες (περίπου) μετά την έναρξη λειτουργίας της η εταιρία εμφάνισε ισοσκελισμό εσόδων και εξόδων.

Σχόλιο

Η παραπάνω εφαρμογή έχει ένα βασικό μειονέκτημα. Οι τιμές «ετήσια έσοδα» και «ετήσια έξοδα» είναι μεμονωμένες μεταβλητές και δεν μπορούν να περιγραφούν με ευθείες.