α) Η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο Α(1, 2) αν και μόνο αν:

$$f(1) = 2 \Leftrightarrow$$

$$\alpha \cdot 1 - \alpha + 2 = 2 \Leftrightarrow$$

$$2 = 2, \text{ ισχύει}$$

β) i) Αφού οι γραφικές παραστάσεις των f, g έχουν ένα κοινό σημείο με τετμημένη 1, ισχύει ότι:

$$f(1) = g(1) \Leftrightarrow$$

$$\alpha - \alpha + 2 = 1^2 - \alpha + 3 \Leftrightarrow$$

$$\alpha = 2$$

ii) Για α = 2 οι τύποι των f, g γίνονται:

$$f(x) = 2x - 2 + 2 \Leftrightarrow$$

$$f(x) = 2x \quad \text{και}$$

$$g(x) = x^2 - 2 + 3 \Leftrightarrow$$

$$g(x) = x^2 + 1$$

Η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το $A = \mathbb{R}$ και η g το $B = \mathbb{R}$. Τα κοινά σημεία των C_f και C_g προκύπτουν από τη λύση του συστήματος: $y = f(x)$ και $y = g(x)$

Είναι:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow$$

$$2x = x^2 + 1 \Leftrightarrow$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x - 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = 1$$

Επομένως δεν υπάρχει άλλο κοινό σημείο εκτός από αυτό με τετμημένη 1.

Για να έχουν οι C_f, C_g δύο κοινά σημεία, πρέπει η εξίσωση f(x) = g(x) να έχει δύο ρίζες άνισες.

Είναι:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow$$

$$\alpha x - \alpha + 2 = x^2 - \alpha + 3 \Leftrightarrow$$

$$x^2 - \alpha x + 1 = 0$$

Η παραπάνω εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες αν και μόνο αν:

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow$$

$$(-\alpha)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 > 0 \Leftrightarrow$$

$$\alpha^2 - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\alpha < -2 \text{ ή } \alpha > 2$$