α) Το τριώνυμο $x^2 - 5x + 6$ έχει $α = 1$, $β = -5$, $γ = 6$ και διακρίνουσα:

$$Δ = β^2 - 4αγ = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1 > 0$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι:

$$x_{1,2} = \frac{-β \pm \sqrt{Δ}}{2α} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{5+1}{2} = 3 \\ \frac{5-1}{2} = 2 \end{cases}$$

Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$x^2 - 5x + 6$		+	0	–	0	+	

Επομένως ισχύει:

$$x^2 - 5x + 6 > 0 \Leftrightarrow (x < 2 \text{ ή } x > 3) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in (-\infty, 2) \cup (3, +\infty) \text{ και}$$

$$x^2 - 5x + 6 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$$

β) i) Το τριώνυμο $\frac{1}{4}x^2 + (2 - λ)x + λ - 2$ έχει $α = \frac{1}{4}$, $β = 2 - λ$, $γ = λ - 2$ και διακρίνουσα:

$$Δ = β^2 - 4αγ = (2 - λ)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot (λ - 2) =$$

$$= λ^2 - 4λ + 4 - λ + 2 =$$

$$= λ^2 - 5λ + 6$$

Η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες άνισες αν και μόνο αν:

$$Δ > 0 \Leftrightarrow λ^2 - 5λ + 6 > 0 \overset{(α)}{\Leftrightarrow}$$

$$\Leftrightarrow (λ < 2 \text{ ή } λ > 3) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow λ \in (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$$

ii) Από τους τύπους Vieta βρίσκουμε:

$$P = \frac{γ}{α} = \frac{λ - 2}{\frac{1}{4}} = 4(λ - 2)$$

Η εξίσωση (1) έχει ομόσημες ρίζες, αν και μόνο αν:

$$(Δ \geq 0 \text{ και } P > 0) \Leftrightarrow (λ^2 - 5λ + 6 \geq 0 \text{ και } 4(λ - 2) > 0) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (λ \leq 2 \text{ ή } λ \geq 3 \text{ και } λ > 2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow λ \geq 3 \Leftrightarrow λ \in [3, +\infty)$$