α) Το πολυώνυμο: $x^2 - 4x + 2 - \lambda^2$ έχει $\alpha = 1$, $\beta = -4$, $\gamma = 2 - \lambda^2$ και διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2 - \lambda^2) = 16 - 8 + 4\lambda^2 = 8 + 4\lambda^2$$

Η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες αν και μόνο αν:

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow 8 + 4\lambda^2 > 0, \text{ το οποίο ισχύει για κάθε } \lambda \in R$$

β) i) Από τους τύπους Vieta βρίσκουμε:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{-4}{1} = 4$$

ii) και

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{2-\lambda^2}{1} = 2 - \lambda^2$$

γ) i) Έστω $x_1 = 2 - \sqrt{3}$ και x_2 η ζητούμενη ρίζα. Τότε:

$$x_1 + x_2 = 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 - \sqrt{3} + x_2 = 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x_2 = 4 - 2 + \sqrt{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x_2 = 2 + \sqrt{3}$$

ii) Είναι:

$$x_1 \cdot x_2 = 2 - \lambda^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(2 - \sqrt{3}\right)\left(2 + \sqrt{3}\right) = 2 - \lambda^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2^2 - \sqrt{3}^3 = 2 - \lambda^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4 - 3 = 2 - \lambda^2 \Leftrightarrow \lambda^2 = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\lambda = 1 \text{ ή } \lambda = -1)$$