α) • Είναι:

$$|x+1| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq x+1 \leq 2 \Leftrightarrow -2-1 \leq x+1-1 \leq 2-1 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1 \quad (1)$$

• Το τριώνυμο $x^2 - x - 2$ έχει $\alpha = 1$, $\beta = -1$, $\gamma = -2$ και διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9 > 0$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{1+3}{2} = 2 \\ \frac{1-3}{2} = -1 \end{cases}$$

Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

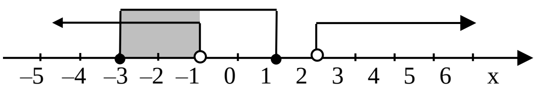
x	$-\infty$	-1		2		$+\infty$
$x^2 - x - 2$	+	0	−	0	+	

Επομένως ισχύει:

$$x^2 - x - 2 > 0 \Leftrightarrow (x < -1 \text{ ή } x > 2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty) \quad (2)$$

β) Παριστάνουμε τις λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) στον ίδιο άξονα αριθμών και όπως φαίνεται από το σχήμα που ακολουθεί:



οι κοινές λύσεις των δύο ανισώσεων είναι:

$$-3 \leq x < -1 \Leftrightarrow x \in [-3, -1)$$

γ) Επειδή $\rho_1, \rho_2 \in [-3, -1)$ ισχύει ότι:

$$-3 \leq \rho_1 < -1 \quad (3) \quad \text{και}$$

$$-3 \leq \rho_2 < -1 \Leftrightarrow 1 < -\rho_2 \leq 3 \quad (4)$$

Προσθέτουμε κατά μέλη τις ανισώσεις (3) και (4) και βρίσκουμε:

$$-3 + 1 < \rho_1 - \rho_2 < -1 + 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2 < \rho_1 - \rho_2 < 2$$

Άρα $\rho_1 - \rho_2 \in (-2, 2)$.