α) Το τριώνυμο $x^2 - 2λx + λ^2 - 1$ έχει $α = 1$, $β = -2λ$, $γ = λ^2 - 1$ και διακρίνουσα:

$$Δ = β^2 - 4αγ = (-2λ)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (λ^2 - 1) = 4λ^2 - 4λ^2 + 4 = 4$$

Η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες αν και μόνο αν:

$$Δ > 0 \Leftrightarrow 4 > 0, \text{ το οποίο ισχύει για κάθε } λ \in \mathbb{R}$$

β) Οι ρίζες της εξίσωσης είναι:

$$x_{1,2} = \frac{-β \pm \sqrt{Δ}}{2α} = \frac{-(-2λ) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{2λ \pm 2}{2} = \begin{cases} \frac{2λ+2}{2} = λ + 1 \\ \frac{2λ-2}{2} = λ - 1 \end{cases}$$

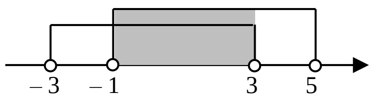
γ) Είναι:

$$(-2 < λ + 1 < 4 \text{ και } -2 < λ - 1 < 4) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-2 - 1 < λ + 1 - 1 < 4 - 1 \text{ και } -2 + 1 < λ - 1 + 1 < 4 + 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-3 < λ < 3 \text{ και } -1 < λ < 5)$$

Συναληθεύουμε τις δύο προηγούμενες ανισώσεις και βρίσκουμε:



$$-1 < λ < 3 \Leftrightarrow λ \in (-1, 3)$$