

α) Το κίτρινο ορθογώνιο έχει διαστάσεις:

$$x - 1 - 1 = x - 2 \text{ και } x - 2 - 2 = x - 4$$

Επομένως, το εμβαδόν E της περιοχής τύπωσης των επαγγελματικών στοιχείων εκφράζεται από τη συνάρτηση:

$$E(x) = (x - 2)(x - 4) = x^2 - 6x + 8, \quad 5 \leq x \leq 10$$

β) Είναι:

$$E(x) = 24 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 24 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 16 = 0$$

Η εξίσωση έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16) = 36 + 64 = 100 > 0$$

και ρίζες τις:

$$t_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 10}{2} = \begin{cases} \frac{6+10}{2} = 8 \\ \frac{6-10}{2} = -2 \end{cases}$$

Επειδή πρέπει $5 \leq x \leq 10$, δεχόμαστε την τιμή $x = 8$ cm.

γ) Αναζητούμε τις τιμές του x που αποτελούν λύση της ανίσωσης:

$$E(x) \leq 35 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 \leq 35 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 27 \leq 0$$

Το τριώνυμο $x^2 - 6x - 27$ έχει $\alpha = 1$, $\beta = -6$, $\gamma = -27$ και διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-27) = 36 + 108 = 144 > 0$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{144}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 12}{2} = \begin{cases} \frac{6+12}{2} = 9 \\ \frac{6-12}{2} = -3 \end{cases}$$

Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

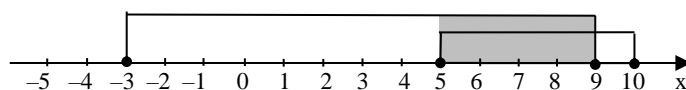
x	$-\infty$	-3	9	$+\infty$	
$x^2 - 6x - 27$	+	○	-	○	+

Από τον πίνακα προσήμων συμπεραίνουμε ότι:

$$x^2 - 6x - 27 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 9 \Leftrightarrow x \in [-3, 9] \quad (1)$$

Πρέπει όμως να ισχύει και $5 \leq x \leq 10$ (2).

Παριστάνουμε τις λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) στον ίδιο άξονα αριθμών και όπως φαίνεται από το σχήμα που ακολουθεί:



οι κοινές λύσεις των δύο ανισώσεων είναι:

$$5 \leq x \leq 9 \Leftrightarrow x \in [5, 9]$$