α) Το κίτρινο ορθογώνιο έχει διαστάσεις:

$$x - 1 - 1 = x - 2 \quad \text{και} \quad x - 2 - 2 = x - 4$$

Επομένως, το εμβαδόν Ε της περιοχής τύπωσης των επαγγελματικών στοιχείων εκφράζεται από τη συνάρτηση:

$$E(x) = (x - 2)(x - 4), \ \ 5 \le x \le 10$$

β) Είναι:

$$E(x) = 35 \Leftrightarrow (x - 2)(x - 4) = 35 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 35 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 27 = 0$$

Η εξίσωση έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-27) = 36 + 108 = 144 > 0$$

και ρίζες τις:

$$t_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{144}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 12}{2} = \begin{cases} \frac{6+12}{2} = 9 \\ \frac{6-12}{2} = -3 \end{cases}$$

Επειδή πρέπει $5 \le x \le 10$, δεχόμαστε την τιμή $x = 9$ cm.

γ) Αναζητούμε τις τιμές του x που αποτελούν λύση της ανίσωσης:

$$E(x) \ge 24 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 \ge 24 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 16 \ge 0$$

Το τριώνυμο $x^2 - 6x - 16$ έχει $\alpha = 1$, $\beta = -6$, $\gamma = -16$ και διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16) = 36 + 64 = 100 > 0$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 10}{2} = \begin{cases} \frac{6+10}{2} = 8 \\ \frac{6-10}{2} = -2 \end{cases}$$

Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

x	$-\infty$		-2		8		$+\infty$
$x^2 - 6x - 16$		+	0	−	0	+	

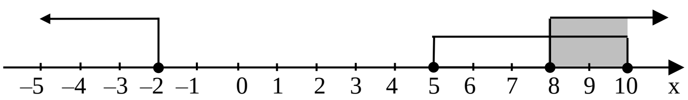
Από τον πίνακα προσήμων συμπεραίνουμε ότι:

$$x^2 - 6x - 16 \ge 0 \Leftrightarrow (x \le -2 \ \text{ή} \ x \ge 8) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in (-\infty, -2] \cup [8, +\infty) \quad (1)$$

Πρέπει όμως να ισχύει και $5 \le x \le 10$ (2).

Παριστάνουμε τις λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) στον ίδιο άξονα αριθμών και όπως φαίνεται από το σχήμα που ακολουθεί:



οι κοινές λύσεις των δύο ανισώσεων είναι:

$$8 \leq x \leq 10 \Leftrightarrow x \in [8, 10]$$