

**α)** Η εξίσωση (1) είναι 2<sup>ου</sup> βαθμού αν και μόνο αν:

$$\lambda^2 - \lambda \neq 0 \Leftrightarrow \lambda(\lambda - 1) \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\lambda \neq 0 \text{ και } \lambda \neq 1$$

**β)** Ισοδύναμα και διαδοχικά βρίσκουμε:

$$(\lambda^2 - \lambda)x^2 - (\lambda^2 - 1)x + \lambda - 1 = 0$$

$$\lambda(\lambda - 1)x^2 - (\lambda - 1)(\lambda + 1)x + (\lambda - 1) = 0$$

$$(\lambda - 1)[\lambda x^2 - (\lambda + 1)x + 1] = 0 \stackrel{\lambda \neq 1}{\Leftrightarrow}$$

$$\lambda x^2 - (\lambda + 1)x + 1 = 0$$

**γ)** Για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$  το τριώνυμο  $\lambda x^2 - (\lambda + 1)x + 1$  έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = [-(\lambda + 1)]^2 - 4 \cdot \lambda \cdot 1 = \lambda^2 + 2\lambda + 1 - 4\lambda = \lambda^2 - 2\lambda + 1 = (\lambda - 1)^2 > 0,$$

Επομένως η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

**δ)** Οι ρίζες της εξίσωσης (1) είναι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-(\lambda+1)) \pm \sqrt{(\lambda-1)^2}}{2 \cdot \lambda} = \frac{\lambda+1 \pm (\lambda-1)}{2\lambda} = \begin{cases} \frac{\lambda+1+\lambda-1}{2\lambda} = 1 \\ \frac{\lambda+1-\lambda+1}{2\lambda} = \frac{1}{\lambda} \end{cases}$$