α) Ο αθλητής, όταν κολυμπάει ύπτιο, καίει 9 θερμίδες το λεπτό. Άρα σε 32 λεπτά θα έχει κάψει $9 \cdot 32 = 288$ θερμίδες.

Ο αθλητής, όταν κολυμπάει πεταλούδα, καίει 12 θερμίδες το λεπτό. Αν υποθέσουμε ότι κολυμπάει με αυτό το στυλ x λεπτά, τότε θα κάψει $12 \cdot x$ θερμίδες. Επειδή ο αθλητής θέλει, κολυμπώντας, να κάψει 360 θερμίδες, ισχύει ότι:

$$288 + 12x = 360 \Leftrightarrow$$

$$12x = 72 \Leftrightarrow$$

$x = 6$ λεπτά πρέπει να κολυμπήσει πεταλούδα.

β) i) Έστω x ο χρόνος σε λεπτά που ο αθλητής κολυμπάει ύπτιο και y ο χρόνος σε λεπτά που ο αθλητής κολυμπάει πεταλούδα. Τότε, για να κάψει 360 θερμίδες κολυμπώντας και με τα δύο στυλ, πρέπει να ισχύει:

$$9x + 12y = 360 \quad \Leftrightarrow$$

$$12y = 360 - 9x \quad \Leftrightarrow$$

$$y = \frac{360}{12} - \frac{9x}{12} \quad \Leftrightarrow$$

$$y = 30 - \frac{3}{4}x$$

Άρα: $f(x) = 30 - \frac{3}{4}x$

ii) Επειδή τα x, f(x) είναι μεταβλητές χρόνου, πρέπει **$x \geq 0$** και $f(x) \geq 0$.

Τότε:

$$f(x) \geq 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$30 - \frac{3}{4}x \geq 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{3}{4}x \leq 30 \quad \Leftrightarrow$$

$$3x \leq 120 \quad \Leftrightarrow$$

$$\mathbf{x \leq 40}$$

Επομένως το πεδίο ορισμού της συνάρτησης είναι: $A_f = [0, 40]$

γ) Η C_f τέμνει τον άξονα x΄x στο σημείο της με τεταγμένη y = 0,δηλαδή:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$30 - \frac{3}{4}x = 0 \Leftrightarrow$$

$$3x = 120 \Leftrightarrow$$

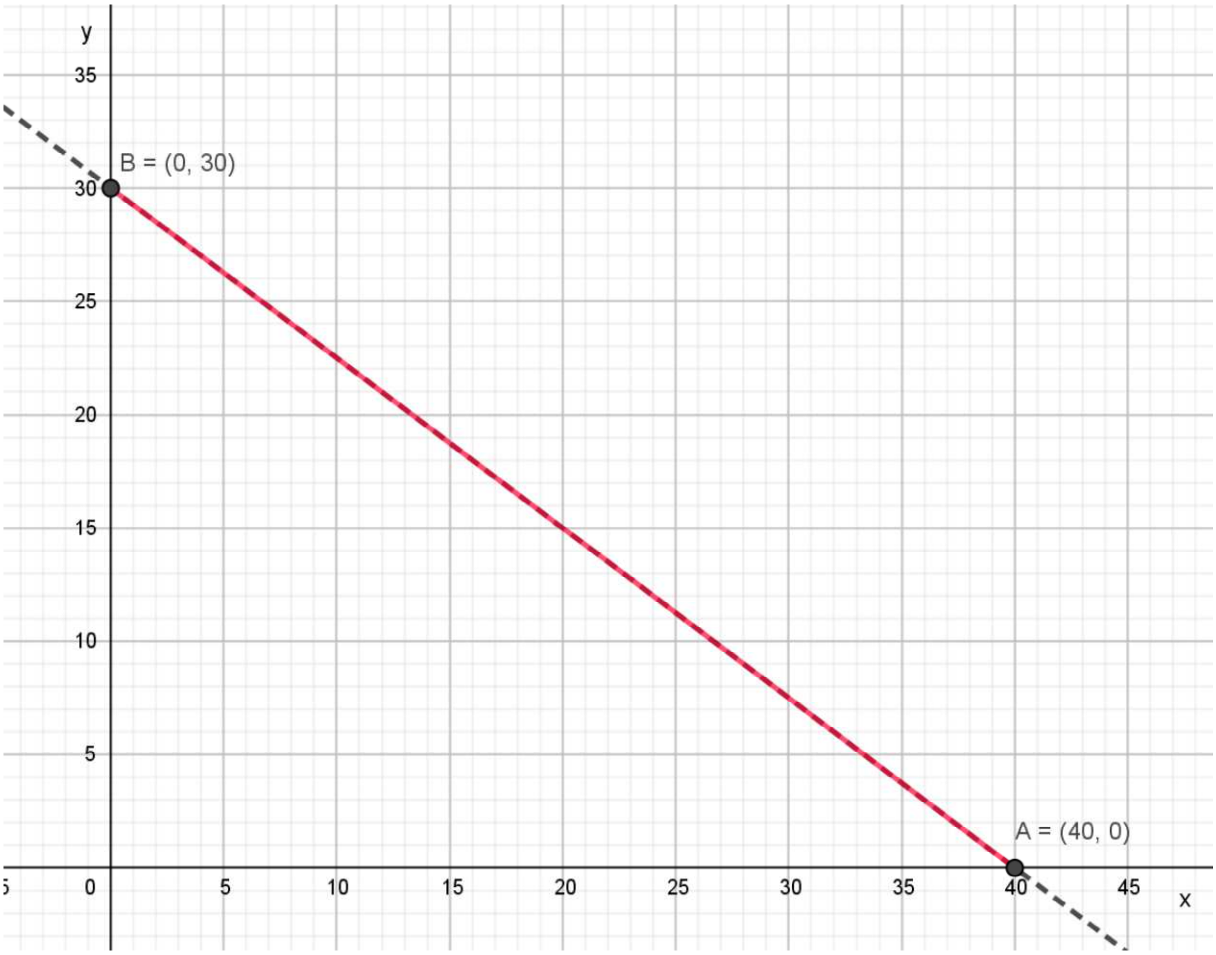
$$x = 40$$

Άρα η C_f τέμνει τον άξονα x΄x στο σημείο A(40, 0).

Επίσης έχουμε: $f(0) = 30 - \frac{3}{4} \cdot 0 = 30$

Άρα η C_f τέμνει τον άξονα y΄y στο σημείο B(0, 30).

Η γραφική παράσταση της f είναι το ευθύγραμμο τμήμα AB (τμήμα της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A, B). Επομένως είναι:



Το σημείο A δείχνει ότι όταν ο αθλητής δεν κολυμπάει πεταλούδα χρειάζεται 40 λεπτά ύπτιο για να κάψει 360 θερμίδες ενώ το σημείο B δείχνει ότι όταν ο αθλητής δεν κολυμπάει ύπτιο χρειάζεται 30 λεπτά πεταλούδα για να κάψει 360 θερμίδες.