

**α)** Οι τετμημένες των κοινών σημείων των  $C_f$  και  $C_g$  είναι λύσεις της εξίσωσης:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow$$

$$x^2 = \lambda x + (1 - \lambda) \Leftrightarrow$$

$$x^2 - \lambda x + (\lambda - 1) = 0 \quad (1)$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-\lambda)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (\lambda - 1) = \lambda^2 - 4\lambda + 4 = (\lambda - 2)^2 \geq 0 \text{ για κάθε } \lambda \in \mathbb{R}.$$

Άρα η (1) έχει δυο ρίζες πραγματικές, οπότε οι  $C_f$ ,  $C_g$  έχουν για κάθε τιμή της παραμέτρου  $\lambda$  ένα τουλάχιστον κοινό σημείο.

**β)** Η (1) έχει μια ρίζα διπλή, δηλαδή οι  $C_f$ ,  $C_g$  έχουν ένα μόνο κοινό σημείο, αν και μόνο αν:

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow (\lambda - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow \lambda - 2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 2$$

**γ)** Από τους τύπους Vieta βρίσκουμε:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{-\lambda}{1} = \lambda$$

Τότε, για  $\lambda \neq 2$  έχουμε:

$$(x_1 + x_2)^2 = |x_1 + x_2| + 2 \Leftrightarrow$$

$$\lambda^2 = |\lambda| + 2 \Leftrightarrow$$

$$|\lambda|^2 - |\lambda| - 2 = 0 \quad (2)$$

Θέτουμε  $|\lambda| = \alpha > 0$  και η εξίσωση (2) γράφεται:  $\alpha^2 - \alpha - 2 = 0$  με ρίζες  $\alpha = 2$ ,  $\alpha = -1$  (απορρίπτεται).  
Άρα:

$$|\lambda| = 2 \Leftrightarrow$$

$$\lambda = -2 \text{ ή } \lambda = 2 \text{ (απορρίπτεται)}$$

Οπότε  $\lambda = -2$ .