

α) i) Ισχύει ότι:

$$|t_A - t_\Delta| = |t_B - t_\Delta| \Leftrightarrow$$

$$(t_A - t_\Delta = t_B - t_\Delta \text{ ή } t_A - t_\Delta = -(t_B - t_\Delta)) \Leftrightarrow$$

$$(t_A = t_B, \text{ απορρίπτεται ή } t_A - t_\Delta = -t_B + t_\Delta) \Leftrightarrow$$

$$(t_A + t_B = 2t_\Delta) \Leftrightarrow$$

$$t_\Delta = \frac{t_A + t_B}{2}$$

ii) Είναι:

$$t_r - t_B = \frac{t_A + 2t_B}{3} - t_B = \frac{t_A + 2t_B - 3t_B}{3} = \frac{t_A - t_B}{3} < 0. \quad \text{Άρα } t_r < t_B \quad (1)$$

Ισχύει ότι:

$$t_\Delta - t_r = \frac{t_A + t_B}{2} - \frac{t_A + 2t_B}{3} = \frac{3t_A + 3t_B - 2t_A - 4t_B}{6} = \frac{t_A - t_B}{6} < 0. \quad \text{Άρα } t_\Delta < t_r \quad (2)$$

Έχουμε:

$$t_A - t_\Delta = t_A - \frac{t_A + t_B}{2} = \frac{2t_A - t_A - t_B}{2} = \frac{t_A - t_B}{2} < 0. \quad \text{Άρα } t_A < t_\Delta \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) βρίσκουμε:

$$t_A < t_\Delta < t_r < t_B$$

Επομένως, 1^{ος} τερμάτισε ο Αργύρης, 2^{ος} ο Δημήτρης, 3^{ος} ο Γιώργος και 4^{ος} ο Βασίλης.

β) i) Η ζητούμενη εξίσωση είναι της μορφής: $t^2 - St + P = 0$ με $S = t_A + t_B = 6$ και $P = t_A \cdot t_B = 8$

Τελικά η ζητούμενη εξίσωση είναι η: $t^2 - 6t + 8 = 0$

ii) Η εξίσωση $t^2 - 6t + 8 = 0$ έχει ρίζες $t_A = 2$ λεπτά και $t_B = 4$ λεπτά (επειδή $t_A < t_B$).

Επομένως:

$$t_\Delta = \frac{t_A + t_B}{2} = \frac{2+4}{2} = 3 \text{ λεπτά και}$$

$$t_r = \frac{t_A + 2t_B}{3} = \frac{2+2 \cdot 4}{3} = \frac{10}{3} \text{ λεπτά}$$